Ecuaciones fundamentales de la astronomía

Extracto del libro *Astronomía descriptiva* (segunda edición, 2020).

Por Armando Caussade, GCSc, BS.
http://armandocaussade.org/astronomy/

Una de las recomendaciones ofrecidas por mis lectores ha sido la de reunir las ecuaciones presentadas a lo largo del libro *Astronomía descriptiva* y formar con ellas un suplemento gratuito que pueda descargarse del Internet. Así lo hice e incluyo aquí 52 ecuaciones, un total que comprende cada una de las cuarenta y cinco que contiene el libro —según el mismo orden en que aparecen— más otras siete fórmulas misceláneas.

ÍNDICE

Capítulo 5. Estrellas y exoplanetas

Capítulo 6. Galaxias y cosmología

Capítulo 7. Astrobiología

Fórmulas misceláneas

46. Separación angular de dos astros en la bóveda
47. Declinación del Sol para un momento dado en el año
48. Relación entre largo de onda y frecuencia
49. Relación de Planck para calcular la energía transportada por un fotón
50. Velocidad transversa de una estrella
51. Velocidad absoluta de una estrella en espacio tridimensional
52. Luminosidad de una estrella a partir del flujo (o irradiación) y su diámetro

CAPÍTULO 2. LA ESFERA CELESTE

1. Fórmula para ángulos pequeños

Existe una relación que permite estimar el tamaño angular aparente de un astro cualquiera en la esfera celeste, partiendo de su tamaño físico y de su distancia (o viceversa, pues la ecuación puede despejarse para t). La expresión sería $\boldsymbol{\theta \approx 206\,265 \cdot t / d}$, donde $\boldsymbol{\theta}$ representa el diámetro angular (expresado en segundos de arco), **t** el diámetro físico (en kilómetros), y **d** la distancia, (también en kilómetros). A esta ecuación, que será razonablemente precisa mientras θ no exceda medio grado de arco, se le conoce como *fórmula para ángulos pequeños* y constituye una de las relaciones más utilizadas en la astronomía.

2. Valores acimutales que rebasan 180°

Existen variantes en el sistema horizontal, sobre todo en la manera de expresar el acimuto. Por ejemplo, en siglos pasados se acostumbraba a originar el acimuto en el sur y no en el norte. Además, subsiste la costumbre de expresar los valores acimutales que rebasan 180° en una escala que discurre desde 0° hasta −180°, conversión que puede hacerse fácilmente mediante la relación $\mathbf{A' = -(360° - A)}$.

3. Conversión de tiempo local en tiempo universal

En 1935 la IAU introdujo el *tiempo universal*, que luego evolucionaría hasta el actual *tiempo universal coordinado*, abreviado como UTC. En ambos sistemas se hace referencia al tiempo solar medio observado en el meridiano cero, aunque hay sutilezas que pueden alterar la equivalencia. El UTC, que es hoy el modo estándar para especificar momentos precisos en la astronomía, puede obtenerse mediante la relación $\mathbf{UTC = T - \| L / 15 \|}$, donde **T** representa el tiempo local estándar (en horas y fracciones decimales) y **L** la longitud geográfica (en grados de arco, y empleando signos negativos al oeste de Greenwich). A manera de ejemplo, para convertir el tiempo local de Puerto Rico a UTC se sumarán siempre cuatro horas exactas, y para cambiar el UTC a tiempo local se restarán cuatro horas; esto significa que un viernes a 22 horas (tiempo local) quedará convertido en un sábado a 2 horas (UTC).

4. Distancia de periastro en una órbita; y

5. Distancia de apoastro en una órbita

Puesto que ninguna órbita es perfectamente circular, la distancia entre dos astros cambiará a lo largo del ciclo orbital. Los términos *periastro* y *apoastro* se aplican a los lugares de una órbita donde los astros involucrados quedarían entre ellos a su mínima y máxima distancia, respectivamente. Para referirse a la órbita de la Tierra en torno al Sol (o de un astro cualquiera que se traslade alrededor del Sol) se dirá *perihelio* y *afelio*, mientras que para referirnos a la órbita de la Luna diremos *perigeo* y *apogeo*. Luego de averiguar la excentricidad de una órbita (**e**) y su semieje mayor (**a**), podrán calcularse las distancias de periastro ($\mathbf{d_P}$) y apoastro ($\mathbf{d_A}$) usando las ecuaciones siguientes: $\mathbf{d_P = a \cdot (1 - e)}$ y $\mathbf{d_A = a \cdot (1 + e)}$.

6. Velocidad media de un objeto en movimiento

La velocidad de un cuerpo cualquiera, en la Tierra o en el espacio, puede calcularse mediante la relación siguiente: $\mathbf{V = D / T}$, donde **V** representa la velocidad media (expresada en kilómetros por segundo, cuando se trata de astros en el Sistema Solar), **D** la distancia recorrida por el objeto (en kilómetros) durante un período determinado de tiempo, y **T** el tiempo transcurrido (en segundos).

7. Tercera ley de Kepler (o ley armónica)

Para cualquier planeta dentro del Sistema Solar, el cuadrado de su período orbital será directamente proporcional al cubo del semieje mayor de su órbita.

La tercera ley tiene como consecuencia que las órbitas de mayor tamaño tardarán más en completarse. Esta ley se puede expresar matemáticamente del modo siguiente: $\mathbf{P^2 = A^3}$. En dicha ecuación **P** (variable que en algunos textos es identificada como **T**) representa el período orbital de un planeta en torno al Sol, expresado en unidades terrestres (o sea, en años sidéreos de aproximadamente 365.25 días), y **A** representa el semieje mayor o distancia media de un planeta al Sol, también expresado en unidades terrestres (es decir, en unidades astronómicas que valen muy cerca de 150 millones de kilómetros).

8. Segunda ley de Newton (o ley de la fuerza)

La aceleración de un objeto cualquiera (concepto que se refiere al aumento o disminución en la rapidez de su movimiento) será inversamente proporcional a su masa, *y directamente proporcional a la fuerza neta que esté actuando sobre él.*

La expresión matemática de esta ley es la siguiente: **F = m · a**, donde **F** representa la fuerza aplicada a un objeto (expresada en kg · m · s^{-2}, es decir, la unidad conocida como *newton*), **m** la masa involucrada (en kilogramos), y **a** la aceleración (en m · s^{-2}, que se lee como "metros por segundo cuadrado"). Vale recordar que la masa, expresada habitualmente en kilogramos, es una medida de la cantidad de materia contenida en un cuerpo, concepto que será independiente del peso que este pudiera sostener en la Tierra.

9. La ley de gravitación universal

La gravedad mutua ejercida entre dos cuerpos, con masas m1 y m2 y separados por una distancia d, será directamente proporcional al producto de sus masas, e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia.

La expresión matemática de la ley de gravitación universal es la siguiente: $F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$

En esta ecuación **F** representa la fuerza gravitatoria ejercida entre ambos cuerpos, cuya dirección se encuentra en el eje que une ambos cuerpos, **G** es la constante de gravitación universal, $\mathbf{m_1}$ y $\mathbf{m_2}$ son las masas respectivas de los cuerpos, y **d** es la distancia que los separa. Las unidades son las siguientes:

1. La variable **F** se expresa en *newton* (N), una unidad métrica derivada que equivale a 1 kg · m · s^{-2}.
2. La constante **G**, de difícil medición, recibe el valor aproximado de 6.674×10^{-11} $m^3 \cdot kg^{-1} \cdot s^{-2}$.
3. Las variables $\mathbf{m_1}$ y $\mathbf{m_2}$ se expresan en kilogramos (kg).
4. La variable **d** se expresa en metros (m).

10. Relación entre período orbital y período sinódico de un planeta

El *período orbital*, o sidéreo, de un planeta se relaciona con su período sinódico mediante la ecuación siguiente: **1 ⁄ P = 1 ⁄ T ± 1 ⁄ S**, debiendo interpretarse el operador "±" como "+" en los planetas inferiores y como "−" en los superiores. Además, **P** representa el período orbital del planeta en cuestión, **T** el período orbital de la Tierra (o sea, la medida del año sidéreo) y **S** el período sinódico del planeta, expresado todo en días solares de 24 horas. El cuadro que aparece abajo ilustra esta relación.

Planeta	Período orbital		Período sinódico	
Mercurio	87.97 días	0.241 años	115.88 días	0.317 años
Venus	224.70 días	0.615 años	583.94 días	1.599 años
Marte	686.98 días	1.881 años	779.94 días	2.135 años
Júpiter	4 332.59 días	11.862 años	398.88 días	1.092 años
Saturno	10 759.22 días	29.457 años	378.09 días	1.035 años

CAPÍTULO 3. EL SISTEMA SOLAR

11. Densidad media de un cuerpo

Si pudiéramos hallar la densidad de un planeta, esto aportaría una idea de su composición química. La densidad de un cuerpo cualquiera puede calcularse mediante la relación **$d = M / v$**, donde **d** representa la densidad media (expresada en toneladas por metro cúbico, escala en la que el agua líquida sostiene un valor exacto de 1), **M** la masa del objeto (en toneladas métricas de 1 000 kilogramos cada una), y **v** el volumen del objeto (en metros cúbicos). En el caso de un planeta, por ejemplo, se introducirán en la ecuación dos cantidades observadas: 1) el volumen, que puede calcularse a base del diámetro obtenido mediante la fórmula para ángulos pequeños, y 2) la masa, que puede hallarse fácilmante cuando el planeta posee satélites, luego de estudiar sus órbitas y aplicándoles la ley universal de gravitación.

12. Achatamiento de un astro

El achatamiento resulta de la expresión **$A = \Delta D / D$**, donde **A** será una proporción entre 0 y 1, **ΔD** representa la diferencia entre los diámetros ecuatorial y polar del astro, y **D** el diámetro ecuatorial (todo expresado en kilómetros). Por ejemplo, en el caso de la Tierra, con su diámetro ecuatorial de 12 756 kilómetros y achatamiento de 0.003, encontraremos que su diámetro polar medirá 12 718 kilómetros.

13. Fuerza destructiva propinada por un impacto cósmico

La fuerza destructiva de un impacto está determinada solo por dos factores: la masa del cuerpo impactante y su velocidad. En términos matemáticos, esto se puede expresar mediante la relación siguiente: **$E = 1/2 \cdot M \cdot V^2$**, donde **$E$** representa la energía liberada (expresada en *joule*, o julios), **M** la masa del meteorito (en kilogramos), y **V** la velocidad de impacto (en metros por segundo).

14. Relatividad especial y equivalencia entre masa y energía

La *equivalencia entre masa y energía*, planteada por Albert Einstein en su teoría especial de la relatividad (1905) y aplicada al Sol por Arthur Eddington (1920), representa la explicación aceptada hoy día. Esta equivalencia puede expresarse como **$E = m \cdot c^2$**, o según la expresión original, **$E = mc^2$**, donde **E** representa la energía generada (expresada en *joule*, o sea, $kg \cdot m^2 \cdot s^{-2}$), **$m$** la masa involucrada (en kilogramos) y **c** la velocidad de la luz ($\approx 3 \times 10^8$ $m \cdot s^{-1}$). En palabras sencillas, la materia es una forma muy densa o concentrada de energía, y una masa minúscula rendirá un enorme flujo energético.

CAPÍTULO 4. ÓPTICA Y TELESCOPIOS

15. Ecuación de Pogson para comparar la luminosidad relativa entre dos astros

La luminosidad relativa entre dos astros puede compararse mediante la conocida *ecuación de Pogson*, $\mathbf{L' \approx 2.511\,886^{\Delta m}}$, o más rigurosamente, $\mathbf{\log L' = 0.4 \cdot \Delta m}$, donde **L'** representa la proporción entre la luminosidad de los dos astros, y **Δm** la diferencia entre ambas magnitudes aparentes (o sea, $\mathbf{m_2 - m_1}$). Por ejemplo, entre la estrella *Sirius*, que posee una magnitud aparente de −1.46, y la estrella *Polaris*, cuya magnitud aparente es de 1.98, existe una diferencia de 3.44^{m}, que corresponde a una luminosidad relativa de 24; esto significa que a *Sirius* la vemos en la bóveda con un brillo 24 veces mayor que *Polaris*. El cómputo puede también hacerse a la inversa mediante la fórmula $\mathbf{\Delta m = 2.5 \cdot \log L'}$.

16. Suma logarítmica de la magnitud de dos o más astros

La relación anterior puede también emplearse para sumar la magnitud de dos astros, algo que no puede hacerse mediante adición aritmética porque la escala es de tipo logarítmico. En este caso, la expresión sería $\mathbf{m' = m_2 - 2.5 \cdot \log (antilog\ [0.4 \cdot \Delta m] + 1)}$, donde **m'** representa la adición logarítmica de ambas magnitudes, $\mathbf{m_2}$, la magnitud aparente de menor brillo (es decir, la de mayor valor aritmético), y **Δm** la diferencia entre ambas magnitudes (es decir, $\mathbf{m_2 - m_1}$). Por ejemplo, la estrella binaria *Rigil Kentaurus* posee componentes con magnitudes de −0.01 y 1.35, aunque considerando que a simple vista ambas estrellas lucen como un solo astro, un observador verá un brillo combinado equivalente a −0.28.

17. La ley de la inversa del cuadrado sobre propagación de la luz

La *ley de la inversa del cuadrado*, o ley cuadrática inversa, se refiere a que la intensidad observada de un haz de luz disminuirá de modo exponencial al aumentar la distancia: una cuarta parte, al duplicarse la distancia. Por ejemplo, el planeta Júpiter, que dista del Sol 5 veces más que nosotros, recibirá una cantidad de luz que será 1 parte en 25 de lo que recibimos en la Tierra (o sea, 1 sobre el cuadrado de 5). La expresión matemática de esta ley sería $\mathbf{L' = 1 / D^2}$. No obstante, debe comprenderse que esta relación aplica solo en el vacío del espacio, pues en la Tierra la atmósfera provoca pérdidas apreciables.

18. Captación de luz en un telescopio versus el ojo humano

La captación de luz en un telescopio, en comparación con el ojo humano, puede aproximarse mediante la expresión $\mathbf{L' \approx (A / 5)^2}$, donde **L'** será la ganancia en recolección de luz, y **A** será la abertura del instrumento (expresada en milímetros).

19. Captación de luz en dos telescopios de distinta abertura

Para comparar la captación de luz entre dos telescopios de distinta abertura puede utilizarse la relación $\mathbf{L' = (A_1 / A_2)^2}$, donde **L'** será la ganancia del primer telescopio relativa al segundo telescopio, mientras que $\mathbf{A_1}$ y $\mathbf{A_2}$ serán las aberturas respectivas de los dos instrumentos (ambas en milímetros, o en metros), siendo la primera la abertura de mayor diámetro.

20. Resolución telescópica en luz visible según el límite de Dawes

La *resolución*, o capacidad de un telescopio para discernir detalle fino en una imagen, está determinada únicamente por la abertura. La resolución de un telescopio óptico podrá calcularse mediante la expresión $\mathbf{R = 116 / A}$, donde **R** será la resolución (expresada en segundos de arco), y **A** la abertura (en milímetros). Entre varios métodos para obtener R, se da aquí la fórmula para el *límite de Dawes*.

El cuadro que aparece abajo ofrece algunos ejemplos. Para una variedad de telescopios ópticos cuyas aberturas están expresadas en milímetros, se indican cuatro parámetros básicos: su límite en la escala de magnitudes estelares (m), la captación de luz con relación al ojo humano (L'), su aumento máximo (M) y su resolución (R). Naturalmente, los valores para L' y R proceden de las ecuaciones antes explicadas.

Abertura	m	L'	M	R	Abertura	m	L'	M	R
50 mm	10.5	100	100×	2.32″	200 mm	13.5	1 600	400×	0.58″
80 mm	11.5	256	160×	1.45″	315 mm	14.5	3 970	630×	0.37″
125 mm	12.5	625	250×	0.93″	500 mm	15.5	10 000	1 000×	0.23″

21. Relación focal de un telescopio (o número *f*)

La *relación focal* de un telescopio se refiere a la razón obtenida entre longitud focal y abertura, es decir, $\mathbf{N = F / A}$. Por ejemplo, un instrumento con longitud focal de 1 200 milímetros y con abertura de 150 milímetros (medida común en telescopios de tipo Newton usados por aficionados), tendrá una relación focal exactamente igual a 8. Dicha relación se escribirá como *f*/8 y se leerá como "efe ocho".

Esta proporción, conocida también como *número f*, definirá el tamaño relativo (y no la luminosidad) de la imagen generada, en relación a otros telescopios de abertura parecida. Por ejemplo, un telescopio de 100 milímetros a *f*/5 captará la misma cantidad de luz que uno de 100 milímetros a *f*/10, aunque este último proyectará en su foco primario una imagen cuyo diámetro será exactamente el doble.

22. Aumento generado en un telescopio por un ocular

El propósito de un *ocular* será recolectar la luz captada por un objetivo, y con ella formar una imagen coherente y apreciable para el ojo humano. Un ocular también aumenta el tamaño de la imagen, con una ampliación determinada por la fórmula **$M = F/f$**, donde **M** corresponde al aumento generado, **F** a la longitud focal del objetivo (expresada en milímetros), y **f** a la longitud focal del ocular (en milímetros). Por ejemplo, en un telescopio de 100 milímetros a $f/10$, cuya longitud focal resulta de 1 000 milímetros, un juego de oculares con 32, 20, 12 y 8 milímetros producirá 31×, 50×, 83× y 125×, respectivamente.

Cuando decimos que un ocular produce 50 aumentos, significa que aumentará el diámetro de la imagen en unas 50 veces. Esto se ha convenido en escribirlo como 50×, lo cual podrá leerse como "cincuenta equis" o "cincuenta aumentos". Una reducción en la medida focal del ocular producirá en el telescopio un mayor aumento, o sea, que un ocular de 12 milímetros aumentará el doble que uno de 24.

23. Aumento máximo posible según la abertura de un telescopio

En un telescopio astronómico los oculares siempre son intercambiables, permitiendo así variar los aumentos y el campo de visión que el instrumento producirá. Existe un límite práctico en los aumentos alcanzables, cuya fórmula será **$M' = A \cdot 2$**, donde **M'** corresponde al aumento máximo, y **A** a la abertura del telescopio (en milímetros). Por ejemplo, dos telescopios de 75 y 150 milímetros podrán alcanzar 150× y 300×, respectivamente. Un objetivo podría admitir oculares que superen este límite, pero aun cuando la imagen pudiera lucir más grande no se verá mejor ni revelará más detalles; y al igual que ocurre con la resolución, la turbulencia atmosférica impondrá un término hacia los 400×, lo cual impedirá que se alcancen los límites teóricos en telescopios cuya abertura supere los 200 milímetros.

24. Resolución telescópica en diversos rangos del espectro electromagnético

La resolución de un telescopio diseñado para algún rango particular del espectro electromagnético podrá calcularse mediante la expresión **$R = 1.22 \cdot \lambda/A$**, donde **R** será la resolución (expresada en radianes, unidades angulares de 57.296 grados de arco), **λ** la longitud de onda (en milímetros) de la radiación a estudiarse, y **A** la abertura del telescopio (en milímetros). Para dar un ejemplo, un radiotelescopio de 10 metros sintonizado en radioondas de 21 centímetros alcanzará una resolución de apenas 1.5°. La ecuación demuestra que, según aumente la longitud de onda, crecerá también el tamaño del instrumento requerido para alcanzar una resolución aceptable; esto explica las extraordinarias dimensiones que hay que dar a los radiotelescopios para conseguir una resolución comparable a la de un telescopio óptico.

25. La ley de Wien (o relación entre temperatura y color)

La ley de Wien (o relación entre temperatura y color) establece que la longitud pico de la radiación térmica producida por un cuerpo negro será inversamente proporcional a su temperatura. Esto significa que mientras más caliente sea un cuerpo negro, mayor energía contendrá su luz; así, una estrella con 2 500 kelvin se verá roja, y una con 25 000 se verá azul. La expresión matemática de esta ley sería $\boldsymbol{\lambda = b / T}$, donde $\boldsymbol{\lambda}$ representa la longitud pico (expresada en nanómetros), $\mathbf{b}$ será una constante cuyo valor es de 2.898×10^6, y $\mathbf{T}$ la temperatura del objeto (expresada en kelvin). En los cuerpos negros se habla de *radiación térmica* para describir la emisión de fotones que les resulta inherente debido a su temperatura.

26. La ley de Stefan-Boltzmann (o relación entre temperatura y flujo)

La ley de Stefan-Boltzmann (o relación entre temperatura y flujo) plantea que el flujo radiante de un cuerpo negro aumentará en proporción directa a la potencia cuarta de su temperatura. En palabras sencillas, si la temperatura de un cuerpo negro se duplica, su luminosidad aumentará en un factor de 16; esto significa que un pequeño incremento en temperatura causará un aumento drástico en la irradiación. La expresión matemática de esta ley sería $\boldsymbol{J = \sigma \cdot T^4}$, donde $\mathbf{J}$ representa el flujo bolométrico de un cuerpo negro (expresado en *watt* por metro cuadrado, es decir, $W \cdot m^{-2}$) o brillo por unidad de área, $\boldsymbol{\sigma}$ es la constante de Stefan-Boltzmann cuyo valor es de $5.670 \times 10^{-8}\ W \cdot m^{-2} \cdot K^{-4}$, y $\mathbf{T}$ la temperatura del objeto (en kelvin, que puede convertirse desde Celsius empleando la fórmula $\mathbf{T_K = T_C + 273}$).

Aunque las estrellas no son cuerpos negros, se les asemejan lo suficiente como para poder aplicarles las leyes de Wien y de Stefan-Boltzmann. Para una estrella, por ejemplo, la ley de Stefan-Boltzmann puede simplificarse mediante reducción de temperaturas a unidades solares, empleando la expresión siguiente: $\mathbf{J = (T / 5\,780)^4}$, donde $\mathbf{J}$ representa la irradiación, o brillo por unidad de área, con relación al Sol.

27. Conversión a kelvin desde Celsius

En la astronomía, la temperatura se expresa habitualmente en kelvin (a secas, no "grado kelvin"), unidad igual al grado Celsius que empieza a contar desde el cero absoluto a −273 °C. Una temperatura cualquiera puede convertirse desde Celsius a kelvin empleando la fórmula $\mathbf{T_K = T_C + 273}$.

28. Desplazamiento de las líneas en un espectro astronómico

El desplazamiento al rojo de un espectro, o *redshift*, podrá calcularse mediante la expresión $\boldsymbol{z = \Delta\lambda / \lambda}$, donde $\mathbf{z}$ representa el desplazamiento al rojo, $\boldsymbol{\Delta\lambda}$ la diferencia en longitud de onda entre una línea espectral desplazada y otra en reposo (o sea, **$\lambda_2 - \lambda_1$**, expresadas ambas en nanómetros), y **λ** la longitud de onda en reposo (expresada en nanómetros). Por ejemplo, una línea que aparezca desplazada de 500 a 501 nanómetros manifestará un *redshift* de 0.002. Las líneas en reposo pueden verse en espectros de referencia producidos en un laboratorio de física, pudiendo luego compararse con las líneas desplazadas en el espectro de algún astro y usando en ambos casos el mismo espectroscopio, preferiblemente.

29. Fórmula de Doppler para calcular la velocidad radial de un astro

Siempre y cuando $z < 0.1$, la rapidez de un astro con relación a la Tierra podrá calcularse por la fórmula de Doppler: **$V_r \approx z \cdot c$**, donde **V_r** representa la velocidad radial en cuestión (expresada en kilómetros por segundo), **z** el desplazamiento al rojo, y **c** la velocidad de la luz ($\approx$ 300 000 km $\cdot$ s^{-1}). El *redshift* del párrafo anterior, por dar un ejemplo, corresponde a una velocidad radial de 600 kilómetros por segundo. Estas velocidades llevarán signo positivo siempre que el astro se encuentre en recesión (alejándose de nosotros), o negativo cuando esté en progresión (acercándose a nosotros). El cómputo se torna más complicado si $z \geq 0.1$ debido a ciertos efectos planteados por la teoría especial de la relatividad.

CAPÍTULO 5. ESTRELLAS Y EXOPLANETAS

30. Distancia estelar (en pársecs) según el paralaje trigonométrico

La distancia de un astro con paralaje conocido podrá calcularse mediante la relación **$d = 1 / P$**, donde **d** será la distancia (en pársecs), y **P** el ángulo paraláctico (en segundos de arco). Para calcular en años luz, bastará emplear como dividendo el factor de conversión 3.26, en lugar de 1. Por ejemplo, un ángulo de 0.5″ corresponde a 2 pársecs, y uno de 0.1″ equivale a 10 pársecs. Como puede verse, la distancia a un astro no es más que el recíproco de su paralaje, y un *pársec* (del inglés, *parallax-second*) representa la distancia a la que un astro sostendría un ángulo paraláctico de exactamente un segundo de arco.

31. Sumar los componentes del movimiento propio

El movimiento propio parcial de una estrella puede expresarse en vectores de ascención recta y declinación (**μ_δ** y **μ_α**), ambos expresados en segundos de arco. El movimiento propio total, o absoluto, representa la combinación de ambos vectores que se obtiene mediante la expresión siguiente: **$\mu = {}^2\sqrt{(\mu_\delta^2 \cdot \mu_\alpha^2)}$**.

Si el vector de ascención recta estuviera expresado en segundos de tiempo, la expresión puede escribirse del modo siguiente: **$\mu = {}^2\sqrt{[\mu_\delta^2 \cdot (15 \cdot \cos\delta \cdot \mu_\alpha)^2]}$**. En esta ecuación se hace referencia a la declinación de la estrella, expresada como **δ**.

A continuación aparece un cuadro con las estrellas de mayor paralaje, excluyendo enanas marrón. Estas cinco estrellas son las más cercanas a nuestro sistema planetario. Se indica el ángulo paraláctico ($\underline{\pi}$, expresado en segundos de arco), la distancia ($\underline{d}$, tanto en pársecs como en años luz), la velocidad radial ($\underline{V}_r$, en kilómetros por segundo), el movimiento propio total ($\underline{\mu}$, en segundos de arco) y el movimiento propio parcial, detallado en ascención recta y declinación ($\underline{\mu}_\alpha$ y $\underline{\mu}_\delta$, ambos en segundos de arco).

Estrella	π	d	d	Vr	μ	μα	μδ
Rigil Kentaurus	0.747 23	1.338	4.365	−21.4	3.724	−3.679	+0.474
Estrella de Barnard	0.546 98	1.828	5.963	−110.6	10.358	−0.799	+10.338
Wolf 359 (CN Leonis)	0.419 10	2.386	7.782	+19.0	4.696	−3.842	−2.725
Lalande 21185	0.393 42	2.541	8.290	−85.5	4.802	−0.580	−4.766
Sirius	0.379 21	2.637	8.601	−5.5	1.339	−0.546	−1.223

32. Magnitud absoluta de un astro

El brillo aparente de un astro no dice nada sobre su luminosidad real, y a pesar que en la bóveda las estrellas lucen equidistantes, en realidad no lo son. Para atender este problema, se ha convenido en colocarlas todas, hipotéticamente, a una distancia arbitraria de 10 pársecs (que equivale a 32.6 años luz), denominándose como *magnitud absoluta* el brillo que sostendrían en la escala de magnitudes estelares, y que será una medida de su luminosidad real. La magnitud absoluta de un astro cualquiera puede calcularse mediante la relación $\mathbf{M_v = m - 5 \log d + 5}$, donde $\mathbf{M_v}$ será la magnitud absoluta, **m** la magnitud aparente, y **d** la distancia (en pársecs); pero la distancia puede también introducirse en años luz, sustituyendo el sumando valorado en 5 que aparece al final por 7.57, cosa que igualmente podrá hacerse con las ecuaciones siguientes para módulo de distancia. Esta fórmula procede de la ecuación de Pogson y de la ley de la inversa del cuadrado, relaciones explicadas en los apartados 15 y 17.

Por ejemplo, la magnitud absoluta del Sol (la estrella con mayor brillo aparente del cielo) será de apenas 4.8, mientras que *Canopus* alcanzará −5.6, lo cual implica que esta última rebasa por mucho el brillo absoluto de nuestro sol.

33. Conversión de magnitud absoluta en luminosidad

Si se conoce la magnitud absoluta de un astro, podrá calcularse su luminosidad con relación al Sol mediante comparación con la magnitud absoluta solar, cuyo valor preciso es de 4.84. Para esto, puede emplearse la relación $\mathbf{\log L = 0.4 \cdot \Delta m}$, que constituye una variante de la fórmula para luminosidad relativa (ecuación de Pogson) que ya habíamos descrito en el capítulo 4; en esta relación, **L** representa la luminosidad absoluta del astro en cuestión (expresada en unidades solares), mientras que **Δm** será la diferencia aritmética entre la magnitud absoluta del Sol y la del astro en cuestión (que no es otra cosa sino **$4.84 - M_v$**). Volviendo al ejemplo anterior, podrá verse que la estrella *Canopus*, que en magnitud absoluta supera al Sol por 10.4^m, posee una luminosidad equivalente a 16 000 unidades solares.

Al igual que la magnitud absoluta, la *luminosidad* será una medida de la cantidad real de luz que emite una estrella, con independencia del brillo aparente que dicho astro pueda mostrar en el firmamento.

34. Cómputo de la distancia según el módulo de distancia

La relación de magnitudes involucra tres variables, por lo que que averiguar dos de ellas nos permitirá calcular la tercera. Pero en la mayoría de las investigaciones astronómicas las cantidades conocidas serán las dos magnitudes y la incógnita será la distancia; así pues, tras despejar la <u>d</u> obtenemos lo siguiente: **$\log d = (m - M_v + 5) / 5$**, donde **$d$** será la distancia (en parsecs), **m** la magnitud aparente, y **M_v** la magnitud absoluta. A la expresión **$m - M_v$**, que constituye una cantidad logarítmica con valor directamente proporcional a la distancia, se le denomina *módulo de distancia*.

El módulo de distancia es el resultado crudo al que llegan la mayoría de los trabajos dirigidos a medir distancias astronómicas, y no es inusual encontrarse con distancias expresadas mediante este sistema, particularmente en las revistas y libros especializados. Así pues, sería conveniente familiarizarse con ciertas equivalencias: -5^m = 1 pársec, 0^m = 10 pársecs, 5^m = 100 pársecs, y 10^m = 1 000 pársecs.

35. Determinación de masa en sistemas binarios, según la tercera ley de Kepler

La *masa* de una estrella puede calcularse tras observar la órbita de un sistema binario, empleándose una variante de la tercera ley de Kepler que incorpora los efectos de la gravitación newtoniana. Esta relación es la siguiente: **$M_1 + M_2 = a^3 / P^2$**, donde **M_1** y **M_2** serán las masas (expresadas en unidades solares), **a** el semieje mayor (en unidades astronómicas), y **P** el período orbital (en años sidéreos). Aunque el método da un resultado exacto, la imposibilidad de aplicarlo a estrellas solitarias, más el problema de separar las masas individuales, ha obligado a desarrollar otras técnicas que luego describiremos.

36. Relación masa-luminosidad para estrellas de secuencia principal

La expresión matemática de la relación masa-luminosidad sería **$L \approx M^e$**, donde **L** representa la luminosidad de una estrella (expresada en unidades solares), **M** la masa (en unidades solares), y **e** una cifra de tipo exponencial que usualmente vale 3.5, pero que puede variar entre 2.0 y 5.0, dependiendo de la ubicación que la estrella posea dentro de la secuencia principal, en el diagrama H-R. A modo de ejemplo, si pudiéramos duplicar la masa de una estrella de clase V, su luminosidad aumentaría 11 veces.

Siendo más frecuente que se averigüe primero la luminosidad de una estrella, que su masa, la expresión anterior podrá configurarse así: $\mathbf{M \approx \sqrt[e]{L}}$. Esta aproximación es muy usada por los astrónomos, pues el resultado dependerá solo de la luminosidad, un parámetro de fácil medición en cualquier espectro estelar. Claramente, es más fácil emplear este método que intentar resolver la tercera ley de Kepler, aunque vale recalcar que la relación masa-luminosidad aplica solo a las estrellas de secuencia principal.

37. Diámetro de una estrella según las ecuaciones para cuerpos negros

Dado que las estrellas se comportan de modo parecido a los cuerpos negros, no sería irrazonable aplicarles a ellas las mismas leyes que rigen a estos objetos. La ley de Stefan-Boltzmann, que relaciona el flujo radiante de un cuerpo negro con su temperatura efectiva, no es otra cosa sino el modo de cuantificar la luz emitida por unidad de área (es decir, la "densidad lumínica"). Conociendo el brillo por área, junto con la luminosidad total, será fácil averiguar el tamaño de una estrella cualquiera.

Bajo estos supuestos podría utilizarse la expresión siguiente: $\mathbf{\log R \approx -0.2\, M_v - 2 \log T - 0.2\, B + C}$, donde **R** es el diámetro de la estrella en cuestión (expresado en unidades solares, equivalentes a 1 392 800 kilómetros), $\mathbf{M_v}$ la magnitud absoluta (expresada en la escala de magnitudes estelares), **T** la temperatura efectiva (expresada en kelvin), **B** la corrección bolométrica, y **C** una constante definida por el Sol (cuyo valor será 8.472). Por ejemplo, empleando los valores $M_v = 1.4$, $T = 9\,400$ kelvin, y $B = -0.15^m$ que corresponden a la estrella *Sirius*, obtendríamos un diámetro de 1.89 unidades solares.

Por supuesto, estas masas y diámetros constituyen meras aproximaciones, más que cálculos precisos. En la ecuación anterior se usa B, la *corrección bolométrica*, una pequeña cantidad logarítmica que se sumará a la magnitud absoluta de un astro para obtener el total de la radiación electromagnética emitida en todas las longitudes de onda, y no solamente en luz visible. Esto resulta necesario porque, en la ley de Stefan-Boltzmann, el flujo radiante de un cuerpo negro se cuantifica en términos bolométricos.

38. Estimación del tiempo de vida de una estrella

El tiempo de vida de una estrella depende de su masa inicial, y será siempre inversamente proporcional a esta. Dicha duración podrá estimarse crudamente mediante la relación $\mathbf{t \approx 1 / M^{2.5}}$, donde **t** representa el tiempo de vida de la estrella en cuestión (expresada en "vidas solares" de 10 000 millones de años), y **M** la masa originaria (en unidades solares) al momento de iniciarse la fusión termonuclear. Por ejemplo, la duración estimada para el Sol sería de 10^{10} años, de lo cual ya ha transcurrido la mitad, y el rango para todas las estrellas quedaría entre 10^7 y 10^{12} años. De hecho, para las estrellas más livianas (< 0.8 unidades solares) el tiempo de vida excederá de manera considerable la edad actual del universo.

39. Radio de Schwarzschild en un agujero negro

El *horizonte de sucesos* constituye el punto de no retorno y representa la región donde la gravedad se intensificará hasta atraer la luz misma, situación que impedirá la salida de cualquier cantidad de materia o energía; bajo estas condiciones resultará imposible extraer información alguna fuera de un horizonte de sucesos, quedando aquella desconectada del universo ordinario. En esencia, el horizonte de sucesos constituye una barrera lógica o informática, más que un límite físico.

La distancia que separa un horizonte de sucesos del centro de masa de un agujero negro definirá el tamaño mismo del agujero. Esto se conoce como *radio de Schwarzschild* y depende exclusivamente de la masa del agujero, según la relación siguiente: $\mathbf{R_s = 2G \cdot M / c^2}$, donde $\mathbf{R_s}$ representa el radio (expresado en metros), **G** la constante de gravitación universal ($\approx 6.674 \times 10^{-11}\ m^3 \cdot kg^{-1} \cdot s^{-2}$), **M** la masa del agujero (en kilogramos), y **c** la velocidad de la luz ($\approx 3 \times 10^8\ m \cdot s^{-1}$). Por ejemplo, para dos agujeros negros con masa de 1 y 10 soles, sus radios medirán 3 y 30 kilómetros, respectivamente.

40. Relatividad general y la ecuación de Einstein

Una vez publicada su teoría especial de la relatividad (1905), Einstein se dio a la tarea de resolver ciertas incompatibilidades de esta con la ley de Newton sobre gravitación universal; pretendía generalizar sus postulados de movimiento uniforme para aplicarlos a situaciones de aceleración, lo cual le llevaría a proveer una nueva descripción de la gravedad. El resultado fue la *teoría general de la relatividad* (o teoría einsteniana de la gravedad, publicada en 1915) que en palabras sencillas plantea las siguientes dos cosas: 1) un cuerpo denso, cuya masa permanezca constante, producirá una curvatura en su espacio circundante; y 2) un cuerpo denso, cuya masa aumente o disminuya, producirá fluctuaciones en la curvatura del espacio que pueden propagarse a enormes distancias, denominadas *ondas gravitatorias*.

Todo esto implica que un astro con densidad muy elevada (i.e., una estrella compacta) trastocará de un modo apreciable la geometría del espacio que inmediatamente le rodea. Esta distorsión será obvia y discernible a nuestros sentidos, percibiéndose como gravedad. Lo que se ha dicho aquí no es que la gravitación del astro creará una curvatura del espacio, sino que la curvatura misma será la gravedad.

La llamada *ecuación de Einstein* es la siguiente: $R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R\, g_{\mu\nu} + \Lambda\, g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$

La solución de la fórmula rebasa por mucho las pretensiones de este libro; no obstante, su significado puede intuirse por medio de una extraordinaria analogía atribuida al físico John A. Wheeler: «la materia-energía le dice al espacio-tiempo cómo curvarse, mientras que el espacio-tiempo le dice a la materia-energía cómo moverse». Vale señalar que el término **Λ** ("lambda") que aparece a la izquierda de la igualdad representa la archifamosa *constante cosmológica* introducida por Einstein, en 1917.

CAPÍTULO 6. GALAXIAS Y COSMOLOGÍA

41. Período orbital del Sol en torno al centro galáctico

Suponiendo que el Sol describe una órbita más o menos circular en torno al centro galáctico, su tiempo de traslación podrá aproximarse mediante la relación $\mathbf{P \approx 2\pi \cdot R_0 / v}$, donde **P** representa el período orbital del Sol (expresado en años julianos de 365.25 días), **π** la constante denominada *pi* (≈ 3.14), **R_0** la distancia al centro de la Vía Láctea (en pársecs), y **v** la velocidad orbital del Sol (en pársecs por año). El valor de v se estima en 220 kilómetros por segundo (≈ 0.000 220 pársecs por año), resultando P igual a 235 millones de años. Este período se denomina como *año galáctico*, y a veces año cósmico.

42. La ley de Hubble o relación distancia-velocidad

A esta relación descubierta por Hubble, cuya expresión verbal rigurosa sería que la velocidad de recesión de una galaxia será proporcional a su distancia, la conocemos hoy día como *ley de Hubble-Lemaître*, aunque Hubble nunca utilizó dicho nombre e insistió siempre en llamarle "relación velocidad-distancia".

La *constante de Hubble*, denominada H_0 ("hache sub-cero"), es una medida de la rapidez con que se expande el universo en la actualidad, cuyo valor según observaciones recientes sería de 71 km · s^{-1} · Mpc^{-1} (que se lee como "setenta y un kilómetros por segundo por megapársec"). Esto significa que por cada megapársec que se añade, la velocidad de recesión de las galaxias aumentará a razón de 71 kilómetros por segundo. Para dar un ejemplo: una galaxia que se encuentra a 15 megapársecs deberá manifestar una velocidad recesional de 1 050 kilómetros por segundo, aunque esta cantidad supone una situación hipotética en que dicha galaxia no estuviera perturbada por fuerzas gravitatorias locales.

La expresión matemática de la ley de Hubble-Lemaître sería $\mathbf{V_r = H_0 \cdot d}$, donde **$V_r$** representa la velocidad de recesión de una galaxia (expresada en km · s^{-1}), **H_0** la constante de Hubble (en km · s^{-1} · Mpc^{-1}, según acostumbrado), y **d** la distancia (en megapársecs) a la cual ocurre la recesión observada.

43. Estimación de una distancia galáctica según el desplazamiento al rojo

La ecuación para velocidad radial que presentamos en el apartado 29 puede incorporarse a la anterior para obtenerse una relación que nos permitirá aproximar las distancias galácticas, debiendo solo introducirse en ella el valor observado para *redshift*. Así, tendríamos **$d \approx z \cdot c / H_0$**, donde **d** representa la distancia a una galaxia (expresada en megapársecs), **z** representa el desplazamiento al rojo, **c** la velocidad de la luz (≈ 300 000 km · s^{-1}) y **H_0** la constante de Hubble (expresada en km · s^{-1} · Mpc^{-1}). Por ejemplo, la galaxia activa Markarian 421, bastante conocida porque representa el más cercano de todos los blázares y que posee un valor de z = 0.03, arrojará una distancia en torno a los 127 megapársecs. Pero, al igual que ocurre con la ecuación para velocidades radiales, esta nueva expresión solo servirá cuando z < 0.1.

44. Aproximación de la edad del universo según el tiempo de Hubble

La edad del universo puede aproximarse mediante la relación **$T_0 \approx 1 / H_0$**, donde **T_0** representa la edad del universo (expresada en segundos), y **H_0** simboliza la constante de Hubble (cantidad que puede introducirse en km · s^{-1} · Mpc^{-1}). Esta estimación, que se conoce como *tiempo de Hubble*, representa la edad actual que tendría el universo suponiendo que la rapidez de la expansión cósmica fuera uniforme, aseveración que según lo explicado resulta casi cierta, aunque no del todo. A grandes rasgos y de modo aproximado, la edad del universo no es otra cosa sino el recíproco de la constante de Hubble.

Debido a la diferencia en las unidades de distancia introducidas en la ecuación (kilómetros versus megapársecs), deberá multiplicarse el tiempo preliminar que arroje la fórmula por el correspondiente factor de conversión, $3.085\,678 \times 10^{19}$, que representa el número de kilómetros que hay en un megapársec. El resultado para $\underline{T}_0$ saldrá entonces en segundos, cifra que podrá convertirse en años dividiendo a su vez por el respectivo factor $3.155\,760 \times 10^{7}$, que equivale al número de segundos en un año juliano de 365 días y 6 horas. Por deferencia a la IAU hemos usado años julianos y no tropicales.

Constante de Hubble	Tiempo de Hubble	Constante de Hubble	Tiempo de Hubble
45 km·s^{-1}·Mpc^{-1}	21 750 000 000 años	75 km·s^{-1}·Mpc^{-1}	13 040 000 000 años
50 km·s^{-1}·Mpc^{-1}	19 560 000 000 años	80 km·s^{-1}·Mpc^{-1}	12 220 000 000 años
55 km·s^{-1}·Mpc^{-1}	17 780 000 000 años	85 km·s^{-1}·Mpc^{-1}	11 500 000 000 años
60 km·s^{-1}·Mpc^{-1}	16 300 000 000 años	90 km·s^{-1}·Mpc^{-1}	10 860 000 000 años
65 km·s^{-1}·Mpc^{-1}	15 040 000 000 años	95 km·s^{-1}·Mpc^{-1}	10 290 000 000 años
70 km·s^{-1}·Mpc^{-1}	13 970 000 000 años	100 km·s^{-1}·Mpc^{-1}	9 788 000 000 años

El cuadro anterior demuestra esta relación de un modo intuitivo; como es habitual, la constante de Hubble ($\underline{H}_0$) aparece expresada en kilómetros por segundo por megapársec, y el tiempo de Hubble ($\underline{T}_0$) en años julianos. Puede verse que el efecto de asignar valores más elevados a la constante de Hubble será que se obtendrá un universo cada vez más joven; este resultado es lógico, pues si la expansión ocurriera a velocidades más altas el universo habría alcanzado su tamaño actual en un tiempo más breve.

CAPÍTULO 7. ASTROBIOLOGÍA

45. La ecuación de Drake

En 1961 se hizo el primer simposio SETI, convocado por Drake y celebrado en Green Bank. Allí, Drake presentó una intrigante fórmula matemática, conocida hoy día como *ecuación de Drake* y concebida para estimar la cantidad de civilizaciones detectables en la Vía Láctea mediante radiocomunicaciones. Esta ecuación, que en la actualidad se ha convertido en una de las fómulas científicas más conocidas entre el público, se escribe como $\mathbf{N = R^* \cdot f_p \cdot n_e \cdot f_l \cdot f_i \cdot f_c \cdot L}$, o simplemente $\mathbf{N = R^* f_p n_e f_l f_i f_c L}$.

El significado de las variables sería como sigue: $\mathbf{R^*}$ representa la tasa anual de formación de nuevas estrellas en la Vía Láctea, $\mathbf{f_p}$ la fracción de estrellas que alcanzaron a formar sistemas planetarios, $\mathbf{n_e}$ la cantidad de mundos potencialmente habitables por cada sistema planetario, $\mathbf{f_l}$ la fracción de los mundos habitables donde llegó a nacer la vida, $\mathbf{f_i}$ la fracción de los mundos habitados donde la vida llegó a ser inteligente o civilizada, $\mathbf{f_c}$ la fracción de civilizaciones que desarrollaron comunicaciones capaces de alcanzar el espacio exterior, y $\mathbf{L}$ el tiempo medio que durarían dichas comunicaciones (en años).

Entre esas siete cantidades hemos averiguado solamente las primeras tres, lo cual se considera un avance significativo pues cuando se escribió la ecuación en 1961 únicamente se conocía la primera cantidad. Los valores más aceptados hoy día serían $R^* = 3$, $f_p = 1$ y $n_e = 0.2$, mientras que para las demás se han estimado las cifras siguientes: $f_l \approx 0.1$, $f_i \approx 0.01$, $f_c \approx 0.5$ y $L \approx 20\,000$. Empleando estos números se conseguiría un resultado de 6, y luego de ensayar distintos valores para la variable f_i que muchos consideran como la cantidad más difícil de estimar, se obtendría el interesante resultado de 1.

FÓRMULAS MISCELÁNEAS

46. Separación angular de dos astros en la bóveda

La separación angular entre dos astros cuyas coordenadas ecuatoriales son conocidas puede calcularse mediante la expresión $\mathbf{\cos S = (\operatorname{sen} \delta_1 \cdot \operatorname{sen} \delta_2) + (\cos \delta_1 \cdot \cos \delta_2 \cdot \cos \Delta\alpha)}$, donde $\mathbf{S}$ representa la separación angular (expresada en grados de arco), $\mathbf{\delta_1}$ y $\mathbf{\delta_2}$ las declinaciones respectivas de los dos astros, y $\mathbf{\Delta\alpha}$ representa la sustracción de las ascensiones rectas (o sea, $\alpha_2 - \alpha_1$), mediante un resultado expresado en grados de arco y no en horas y minutos de tiempo. Para este cómputo conviene fraccionar los grados mediante decimales, mejor que con minutos y segundos.

47. Declinación del Sol para un momento dado en el año

La declinación solar, el ángulo que separa al centro del Sol del ecuador celeste determinará, junto con la latitud geográfica del observador, parámetros tan variados como: 1) la elevación que sostendrá el Sol durante su culminación al mediodía, 2) los acimutos de salida y de puesta, y 3) el número de horas que permanecerá el Sol por encima del horizonte.

La declinación solar podrá aproximarse mediante la relación $\boldsymbol{\delta \approx \text{arcsen}\ (0.398 \cdot \text{sen}\ (0.986° \cdot d - 81))}$, donde $\boldsymbol{\delta}$ será la declinación del Sol (expresada en grados de arco), y $\mathbf{d}$ será el día del año para el cual se hará el cómputo, debiendo este expresarse en una escala de 1 a 365, contando cada día a partir del 1.º de enero; por ejemplo, el 1.º de febrero será el día 32.

48. Relación entre largo de onda y frecuencia

En la radiación electromagnética, la longitud de onda (o largo de onda) se relaciona con la frecuencia mediante la expresión siguiente: $\mathbf{f = c / \boldsymbol{\lambda}}$, donde $\mathbf{f}$ representa la frecuencia (expresada en herzios, o sea, ciclos por segundo), $\mathbf{c}$ la velocidad de la luz (cuyo valor es de 299 792 458 metros por segundo), y $\boldsymbol{\lambda}$ la longitud de onda (en metros).

49. Relación de Planck para calcular la energía transportada por un fotón

La energía transportada por un fotón puede calcularse mediante la famosa relación de Planck, $\mathbf{E = h \cdot c / \boldsymbol{\lambda}}$, donde $\mathbf{E}$ representa la energía transportada por el fotón (expresada en electronvoltios), $\mathbf{h}$ la constante de Planck (valorada en $4.135\,667\,662 \times 10^{-15}$ electronvoltios por segundo), $\mathbf{c}$ la velocidad de la luz (cuyo valor es de 299 792 458 metros por segundo), y $\boldsymbol{\lambda}$ la longitud de onda del fotón (expresada en metros). Si la longitud se expresa en nanómetros, la ecuación podrá reescribirse del siguiente modo: $\mathbf{E = 1\,240 \div \boldsymbol{\lambda}}$, donde $\mathbf{E}$ representa la energía transportada por el fotón (expresada en electronvoltios) y $\boldsymbol{\lambda}$ la longitud de onda del fotón (expresada en nanómetros).

50. Velocidad transversa de una estrella

La velocidad transversa de una estrella (es decir, su velocidad parcial observado en el plano de visión, que ignora el movimiento radial o perpendicular al plano de visión) puede calcularse mediante la expresión $\mathbf{V_T = 4.74 \cdot \boldsymbol{\mu} / P}$, donde $\mathbf{V_T}$ será la velocidad transversa de la estrella (expresada en kilómetros por segundo), $\boldsymbol{\mu}$ el movimiento propio absoluto (en segundos de arco), y **P** el paralaje (en segundos de arco). Si se conoce la distancia a la estrella en pársecs (**d**), entonces la ecuación se escribirá $\mathbf{V_T = 4.74 \cdot \mu \cdot d}$.

51. Velocidad absoluta de una estrella en espacio tridimensional

La velocidad absoluta de una estrella en espacio tridimensional (es decir, su velocidad total en espacio abierto) puede calcularse empleando el teorema de Pitágoras para combinar los dos vectores involucrados: 1) la velocidad transversa y 2) la velocidad radial. La expresión es la siguiente: $\mathbf{V_A = \sqrt[2]{(V_T^2 \cdot V_R^2)}}$, donde $\mathbf{V_A}$ será será la velocidad absoluta de la estrella (expresada en kilómetros por segundo), $\mathbf{V_T}$ será la velocidad transversa, y $\mathbf{V_R}$ será la velocidad radial (todo en kilómetros por segundo).

52. Luminosidad de una estrella a partir del flujo (o irradiación), y su diámetro

Suponiendo esférica la superficie de una estrella, su área superficial podrá calcularse mediante la expresión $\mathbf{A = 4\pi \cdot R^2}$, que no es otra cosa sino la relación geométrica básica para obtener el área de una esfera. La luminosidad de una estrella podrá calcularse, a su vez, teniendo en cuenta tanto el área como el flujo (o irradiación, **J**): $\mathbf{L = 4\pi \cdot R^2 \cdot J}$.

Si reducimos todas las variables involucradas (luminosidad, área y flujo) a unidades solares, tendremos: $\mathbf{L = R^2 \cdot J}$, donde **L** es la luminosidad de la estrella en cuestión, **R** el diámetro de la estrella, y **J** el flujo o irradiación, expresado todo en unidades solares. En esta ecuación, **J** se obtiene al comparar la temperatura de la estrella con la del Sol, y será exactamente el resultado de la segunda ecuación ofrecida en el apartado 26.

Como en la astronomía se poseen mejores estimados de las luminosidades estelares que de los diámetros, conviene despejar la ecuación para hallar esta última variable que en realidad sería la que más nos interesa: $\mathbf{R = \sqrt[2]{(L/J)}}$.
