Ecuaciones fundamentales de la astronomía

Suplemento del libro *Panorama de la astronomía* (segunda edición).

Por Armando Caussade, GCSc, BS
Sociedad de Astronomía de Puerto Rico, Inc. http://www.astronomiapr.net/

Una de las recomendaciones ofrecidas por los lectores ha sido la de reunir las fórmulas utilizadas a lo largo del libro y formar con ellas un suplemento que pueda descargarse de Internet junto a este (enlace de descarga: http://www.armandocaussade.org/books/). Me ha parecido una idea excelente, y he aprovechado también para añadir una lista de las constantes y unidades empleadas en el libro. Se incluyen aquí 44 fórmulas en total, que aparecen según el orden en que se les presenta en el libro.

ÍNDICE

FÓRMULAS

1. Fórmula para ángulos pequeños

Existe una relación que permite estimar el tamaño angular aparente de un astro cualquiera en la esfera celeste, partiendo de su tamaño físico y de su distancia (o viceversa, pues la ecuación puede despejarse para "t"). La expresión sería $\theta \approx 206\,265 \times t \div d$, donde $\underline{\theta}$ representa el diámetro angular (expresado en segundos de arco), $\underline{t}$ el diámetro físico (en kilómetros), y $\underline{d}$ la distancia, (también en kilómetros). A esta ecuación, que será razonablemente precisa mientras θ no exceda medio grado de arco, se le conoce como *fórmula para ángulos pequeños* y constituye una de las relaciones más utilizadas en la astronomía.

2. Valores acimutales que rebasan 180°

Existen variantes en el sistema horizontal, sobre todo en la forma de expresar el acimuto. Por ejemplo, en siglos pasados se acostumbraba a fundamentar el acimuto en la dirección sur y no en el norte. Además, subsiste la costumbre de expresar los valores acimutales que rebasan 180° en una escala que discurre desde 0° hasta −180°, conversión que puede hacerse fácilmente mediante la relación $A' = -(360° - A)$.

3. Separación angular de dos astros

La separación angular entre dos astros cuyas coordenadas ecuatoriales son conocidas puede calcularse mediante la expresión $\cos S = \operatorname{sen} \delta_1 \times \operatorname{sen} \delta_2 + \cos \delta_1 \times \cos \delta_2 \times \cos \Delta\alpha$, donde $\underline{S}$ representa la separación angular en grados de arco, $\underline{\delta_1}$ y $\underline{\delta_2}$ las declinaciones respectivas de los dos astros, y $\underline{\Delta\alpha}$ representa la sustracción de las ascensiones rectas (o sea, $\alpha_2 - \alpha_1$), ambas expresadas en grados de arco. Para este cómputo, conviene anejar fracciones decimales a los grados, mejor que minutos y segundos.

4. Conversión de tiempo local en tiempo universal

En 1935, la IAU introdujo el concepto de *tiempo universal*, que luego evolucionaría hasta el actual *tiempo universal coordinado*, abreviado como UTC. A grandes rasgos, en ambos sistemas se hace referencia al tiempo solar medio observado en el meridiano cero, y específicamente desde el Real Observatorio de Greenwich, en Londres, aunque hay sutilezas que pueden alterar la equivalencia

En astronomía es común convertir los tiempos locales a UTC, lo cual puede hacerse mediante la relación $UTC = T - \| L \div 15 \|$, donde $\underline{T}$ representa el tiempo local estándar (en horas y fracciones decimales) y $\underline{L}$ la longitud geográfica (en grados de arco, y empleando signos negativos al oeste de Greenwich). Así, para convertir el tiempo local estándar de Puerto Rico a UTC se sumarán siempre cuatro horas exactas.

5. Velocidad de un objeto en movimiento

La velocidad de un cuerpo cualquiera, en la Tierra o en el espacio, puede calcularse mediante la siguiente relación: $V = D \div T$, donde V representa la velocidad (expresada usualmente en kilómetros por segundo, cuando se trata de astros en el Sistema Solar), D la distancia recorrida por el objeto (en kilómetros) durante un período determinado de tiempo, y T el tiempo transcurrido (en segundos).

6. Tercera ley de Kepler

Para cualquier planeta dentro del Sistema Solar, el cuadrado de su período orbital será directamente proporcional al cubo del semieje mayor de su órbita.

La tercera ley tiene como consecuencia que las órbitas de mayor tamaño tardarán más en completarse. Esta ley se puede expresar matemáticamente del modo siguiente: $P^2 = A^3$. En dicha ecuación P (variable que en algunos textos es identificada como T) representa el período orbital de un planeta en torno al Sol, expresado en unidades terrestres (o sea, en años sidéreos de aproximadamente 365¼ días), y A representa el semieje mayor o distancia media de un planeta al Sol, también expresado en unidades terrestres (es decir, en unidades astronómicas que valen muy cerca de 150 millones de kilómetros).

7. Segunda ley de Newton

La aceleración de un objeto (o sea, el aumento o disminución en la rapidez de su movimiento) será inversamente proporcional a su masa y directamente proporcional a la fuerza neta que esté actuando sobre él.

La expresión matemática de esta ley es la siguiente: $F = m \times a$, donde F representa la fuerza aplicada a un objeto (expresada en $kg \bullet m \bullet s^{-2}$, es decir, la unidad conocida como *newton*), m la masa involucrada (en kilogramos), y a la aceleración (en $m \bullet s^{-2}$, que se lee como "metros por segundo cuadrado").

8. La ley de gravitación universal

La gravedad mutua ejercida entre dos cuerpos, con masas m_1 y m_2 y separados por una distancia d, será directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia.

La expresión matemática de la ley de gravitación universal es la siguiente: $F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$

En esta ecuación F representa la fuerza gravitatoria ejercida entre ambos cuerpos, cuya dirección se encuentra en el eje que une ambos cuerpos, G es la constante de gravitación universal, m_1 y m_2 son las masas respectivas de los cuerpos, y d es la distancia que los separa. Las unidades se aplican como sigue:

1. La variable F se expresa en *newtons*, una unidad métrica derivada que equivale a 1 kg • m • s^{-2}.
2. La constante G, de difícil medición, recibe el valor aproximado de 6.674×10^{-11} m^3 • kg^{-1} • s^{-2}.
3. Las variables m_1 y m_2 se expresan en kilogramos.
4. La variable d se expresa en metros.

9. Declinación del Sol para un momento dado en el año

La declinación solar, el ángulo que separa al centro del Sol del ecuador celeste determinará, junto con la latitud geográfica del observador, parámetros tan variados como: (1) la elevación que sostendrá el Sol durante su culminación al mediodía, (2) los acimutos de salida y de puesta, y (3) el número de horas que permanecerá el Sol por encima del horizonte.

La declinación solar podrá aproximarse mediante la relación $\delta \approx \arcsin (0.398 \times \text{sen} (0.986° \times d - 81))$, donde δ será la declinación del Sol (en grados de arco), y d será el día del año para el cual se hará el cómputo, debiendo este expresarse en una escala de 1 a 365, contando cada día a partir del 1.º de enero; por ejemplo, el 1.º de febrero será el día 32.

10. Relación entre período orbital y período sinódico de un planeta

El *período orbital*, o sidéreo, de un planeta se relaciona con su período sinódico mediante la ecuación siguiente: $1 \div P = 1 \div T \pm 1 \div S$, debiendo interpretarse el operador "±" como "+" en los planetas inferiores y como "−" en los superiores. Además, P representa el período orbital del planeta en cuestión, T el período orbital de la Tierra (o sea, la medida del año sidéreo) y S el período sinódico del planeta, expresado todo en días solares de 24 horas. El cuadro que aparece más adelante resume esta relación.

11. Densidad media de un cuerpo

La densidad de un cuerpo cualquiera, que se define como la cantidad de materia que se contabiliza por unidad de volumen, puede calcularse mediante la siguiente relación: $d = M \div v$, donde d representa la densidad media (expresada en toneladas por metro cúbico, escala en la que el agua líquida sostiene un valor exacto de 1), M la masa del objeto (en toneladas métricas de 1 000 kilogramos cada una), y v el volumen del objeto (en metros cúbicos).

12. Achatamiento de un astro

El achatamiento de un astro, A, puede calcularse según la expresión $A = \Delta D \div D$, donde ΔD representa la diferencia entre los diámetros ecuatorial y polar del cuerpo en cuestión, y D el diámetro ecuatorial.

13. Fuerza destructiva de un impacto cósmico

La fuerza destructiva de un impacto está determinada solo por dos factores: la masa del cuerpo impactante y su velocidad. En términos matemáticos, esto se puede expresar mediante la siguiente relación: $E = \frac{1}{2}M \times V^2$, donde E representa la energía liberada (expresada en *joules*), M la masa del meteorito (en kilogramos), y V la velocidad de impacto (en metros por segundo).

14. Relatividad especial y equivalencia entre masa y energía

La *equivalencia entre masa y energía*, planteada por Albert Einstein en su teoría especial de la relatividad (1905) y aplicada al Sol por Arthur Eddington (1920), representa la explicación aceptada hoy día. Esta equivalencia puede expresarse como $E = m \times c^2$ o según la fórmula original, $E = mc^2$ donde E representa la energía generada (en joules, o sea $kg \cdot m^2 \cdot s^{-2}$), m la masa transformada (en kilogramos) y c la velocidad de la luz ($\approx 3 \times 10^8\ m \cdot s^{-1}$).

En palabras sencillas, la ecuación da a entender que Einstein veía la materia como una forma muy densa o concentrada de energía, y que, al ocurrir la conversión, una pequeña cantidad de masa rendirá para producir un enorme flujo energético.

15. Ecuación de Pogson o luminosidad relativa entre dos astros

La luminosidad relativa entre dos astros puede compararse mediante la conocida *ecuación de Pogson*, $L' \approx 2.511\ 886^{\Delta m}$, o más rigurosamente, $\log L' = 0.4 \times \Delta m$, donde L' representa la proporción entre la luminosidad de los dos astros, y Δm la diferencia entre ambas magnitudes aparentes (o sea, $m_2 - m_1$).

16. Sumar la magnitud de dos o más astros

La relación anterior puede también emplearse para sumar la magnitud de dos o más astros, algo que no puede hacerse mediante adición aritmética porque la escala es de tipo logarítmico. En este caso, la expresión sería $m' = m_2 - 2.5 \times \log (\text{antilog } [0.4 \times \Delta m] +1)$, donde m' representa la adición logarítmica de ambas magnitudes, m_2, la magnitud aparente de menor brillo (es decir, la de mayor valor aritmético), y Δm la diferencia entre ambas magnitudes (es decir, $m_2 - m_1$).

Por ejemplo, la estrella *Rigil Kentaurus* se presenta a través de un telescopio como un sistema binario cuyos componentes arrojan valores de -0.01^m y 1.35^m. Pero, dado que a simple vista ambos astros aparecen como una sola estrella, un observador verá un brillo combinado de -0.28^m, que será precisamente el resultado de esta suma.

17. La ley de la inversa del cuadrado

La *ley de la inversa del cuadrado*, o ley cuadrática inversa, se refiere a que la intensidad observada de un haz de luz disminuirá exponencialmente a lo largo del espacio, conforme al cuadrado de la distancia transitada. Por ejemplo, en el planeta Júpiter, que dista del Sol 5 veces más que nosotros, se recibirá una cantidad de luz que será 1 sobre 25 de lo que recibimos en la Tierra (o sea, 1 sobre el cuadrado de 5). La expresión matemática de esta ley sería $L' = 1 \div D^2$. No obstante, debe comprenderse que esta relación aplica solo en el vacío del espacio, pues en la Tierra la atmósfera provoca pérdidas apreciables.

18. Captación de luz en un telescopio versus el ojo humano

La captación de luz en un telescopio, con relación al ojo humano, puede aproximarse mediante la expresión $L' \approx (A \div 5)^2$, donde $\underline{L}'$ será la ganancia en recolección de luz, y $\underline{A}$ será la abertura del instrumento en milímetros.

19. Captación de luz en dos telescopios de distinta abertura

Para comparar la captación de luz entre dos telescopios de distinta abertura puede utilizarse la relación $L' = (A_1 \div A_2)^2$, donde $\underline{L}'$ será la ganancia del primer telescopio relativa al segundo telescopio, mientras que $\underline{A}_1$ y $\underline{A}_2$ serán las aberturas respectivas de los instrumentos, ambas expresadas en milímetros (o ambas en metros) y siendo la primera la de mayor diámetro.

20. Resolución (en luz visible) según el límite de Dawes

Otra característica, la resolución, podrá calcularse mediante la expresión $R = 116 \div A$, donde $\underline{R}$ será la resolución expresada en segundos de arco, y $\underline{A}$ la abertura en milímetros. Entre varios métodos para obtener R, se da aquí la fórmula para el *límite de Dawes*. La *resolución* de un telescopio óptico, es decir, su capacidad para discernir pequeños detalles en la imagen, está determinada únicamente por la abertura.

21. Relación focal de un telescopio

En un telescopio también importa el concepto de *relación focal*, que se refiere a la razón obtenida entre longitud focal y abertura (o sea, $N = F \div A$). Una relación focal de ocho, por ejemplo, se escribirá como f/8 y se leerá como "efe ocho". Esta razón, conocida también como *número f*, definirá el tamaño relativo de la imagen generada, en relación a otros telescopios de similar abertura.

Por ejemplo, un telescopio de 100 milímetros a f/5 captará la misma cantidad de luz que uno de 100 milímetros a f/10, aunque este último proyectará en su foco primario una imagen cuyo diámetro será exactamente dos veces mayor.

22. Aumento generado por un ocular

El propósito de un *ocular* será recolectar la luz captada por un objetivo, y con ella formar una imagen coherente y apreciable para el ojo humano. Un ocular también aumenta el tamaño de la imagen, la cual resultará ampliada por un número de veces que será determinado por la fórmula $M = F \div f$, donde $\underline{M}$ corresponde al aumento generado, $\underline{F}$ a la longitud focal del objetivo, y $\underline{f}$ a la longitud focal del ocular.

Cuando decimos que un ocular produce 50 aumentos, significa que aumentará el diámetro de la imagen en unas 50 veces. Esto se ha convenido en escribirlo como 50×, lo cual podrá leerse como "cincuenta equis" o "cincuenta aumentos". Una reducción en la medida focal del ocular producirá en el telescopio un mayor aumento, o sea, que un ocular de 12 milímetros aumentará el doble que uno de 24.

23. Campo visual real producido por un ocular

En un telescopio astronómico, los oculares siempre son intercambiables, permitiendo así variar los aumentos y el campo de visión que el instrumento producirá. Dicho campo de vista podrá calcularse mediante la fórmula $c = C \div M$, donde $\underline{c}$ representaría el campo visual observado en el cielo, $\underline{C}$ el campo de vista aparente del ocular (52°, 68°, etc.), y $\underline{M}$ el aumento producido por el telescopio y ocular en cuestión.

De otra parte, el campo de vista que producirá un telescopio destinado a la astrofotografía dependerá de dos factores: su longitud focal y el tamaño del detector que exista dentro de la cámara.

24. Resolución en otros rangos del espectro electromagnético

La máxima resolución alcanzable por un telescopio diseñado para algún rango particular del espectro electromagnético podrá calcularse mediante la expresión $R = 1.22 \times \lambda \div A$, donde $\underline{R}$ será la resolución (expresada en radianes, de aproximadamente 57.3 grados de arco), $\underline{\lambda}$ la longitud de onda (en milímetros) de la radiación a estudiarse, y $\underline{A}$ la abertura del telescopio (en milímetros).

Puede verse que, según va aumentando la longitud de onda a observarse, crecerá también el tamaño del instrumento requerido para alcanzar una resolución aceptable. Esto explica las dimensiones tan amplias que hay que dar a los radiotelescopios para que puedan conseguir una resolución comparable a la de un telescopio óptico.

25. La ley de Wien o relación entre color y temperatura

En los cuerpos negros se habla de *radiación térmica* para referirse a la emisión de fotones que les resulta inherente debido a su temperatura. La *ley de Wien* establece que la longitud pico de la radiación térmica producida por un cuerpo negro dependerá solo de su temperatura, y que será inversamente proporcional a esta. O sea, la emisión de un cuerpo negro evolucionará hacia formas más energéticas de radiación electromagnética, en la medida que su temperatura aumente. El resultado será que un astro con 2 500 kelvin se verá rojo, mientras que uno con 25 000 se verá azul.

La expresión matemática de esta ley sería $\lambda = b \div T$, donde $\underline{\lambda}$ representa la longitud pico (expresada en nanómetros), $\underline{b}$ será una constante cuyo valor es de 2.898×10^6 nanómetros-kelvin, y $\underline{T}$ la temperatura del cuerpo negro (expresada en kelvin).

26. La ley de Stephan-Boltzmann Law o relación entre flujo y temperatura

La *ley de Stefan-Boltzmann* plantea que el flujo radiante de un cuerpo negro aumentará en proporción directa a la potencia cuarta de su temperatura. En palabras sencillas, si la temperatura de un cuerpo negro se duplica, su luminosidad aumentará en un factor de 16; esto significa que un pequeño aumento en temperatura causará un incremento dramático en la irradiación.

La expresión matemática de esta ley sería $J = \sigma \times T^4$, donde $\underline{J}$ representa el flujo bolométrico de un cuerpo negro (expresado en watts por metro cuadrado, es decir, $w \bullet m^{-2}$), $\underline{\sigma}$ es la constante de Stefan-Boltzmann cuyo valor es de $5.670 \times 10^{-8}\ w \bullet m^{-2} \bullet K^{-4}$, y $\underline{T}$ la temperatura del cuerpo negro (expresada en kelvin).

Para una estrella, el cálculo puede simplificarse reduciendo las temperaturas a unidades solares, por medio de la expresión siguiente: $J = (T \div 5\,780)^4$, donde $\underline{J}$ representará la irradiación, o brillo por unidad de área, con relación al Sol.

27. Desplazamiento al rojo

El desplazamiento al rojo de un espectro, o *redshift*, podrá calcularse mediante la expresión $z = \Delta\lambda \div \lambda$, donde $\underline{z}$ representa el desplazamiento al rojo, $\underline{\Delta\lambda}$ la diferencia en longitud de onda entre una línea espectral desplazada y otra en reposo (o sea, $\lambda_2 - \lambda_1$, expresadas ambas en nanómetros), y $\underline{\lambda}$ la longitud de onda en reposo (expresada en nanómetros).

Las líneas en reposo pueden verse en espectros de referencia producidos en laboratorios de física, pudiendo luego compararse con las líneas desplazadas en el espectro de algún astro, usando en ambos casos el mismo espectroscopio, preferiblemente.

28. Velocidad radial según el efecto Doppler

Siempre y cuando $z < 0.1$, la velocidad de un astro con relación a la Tierra podrá calcularse por la expresión $V_r \approx z \times c$, donde V_r representa la velocidad radial del astro en cuestión (expresada en kilómetros por segundo), z el desplazamiento al rojo, y c la velocidad de la luz ($\approx$ 300 000 km • s^{-1}).

La velocidad radial llevará signo positivo siempre que el astro se encuentre en recesión (alejándose de nosotros) y negativo cuando esté en progresión (acercándose a nosotros). El cómputo se torna más complicado cuando $z \geq 0.1$ debido a ciertos efectos planteados de la teoría especial de la relatividad.

29. Distancia estelar (en pársecs) según el paralaje trigonométrico

La distancia de un astro con paralaje conocido podrá calcularse mediante la relación $d = 1 \div P$, donde d será la distancia en pársecs, y P el ángulo paraláctico (en segundos de arco). Para calcular en años luz, bastará emplear como dividendo 3.26, en lugar de 1. Por ejemplo, un ángulo de 0.5" implicará una distancia de 2 pársecs, y uno de 0.1" corresponderá a 10 pársecs.

Como puede verse, la distancia a un astro no es más que el recíproco de su paralaje, y un *pársec* (del inglés, *parallax-second*) representa la distancia a la que un astro sostendría un ángulo paraláctico de exactamente un segundo de arco.

30. Sumar los componentes del movimiento propio

El movimiento propio parcial de una estrella se detalla en ascención recta y declinación (μ_α y μ_δ, ambos en segundos de arco). El movimiento propio total, o absoluto (μ, en segundos de arco), es el resultado de la siguiente expresión: $\mu = {}^2\sqrt{(\ \mu_\delta^2 \times \mu_\alpha^2\ )}$.

31. Magnitud absoluta de un astro

El brillo aparente de una estrella no dice nada sobre su luminosidad real, y a pesar que en la esfera celeste parecen equidistantes, la realidad es que se hallan a muy diferentes distancias. Para atender este problema, se ha convenido en colocarlas todas, hipotéticamente, a una distancia arbitraria de 10 pársecs (que equivale a 32.6 años luz), denominándose como *magnitud absoluta* el brillo que sostendrían en la escala de magnitudes estelares, y que será una medida de su luminosidad real.

La magnitud absoluta de un astro cualquiera puede calcularse mediante la relación $M_v = m - 5 \log d + 5$, donde M_v será la magnitud absoluta, m la magnitud aparente, y d la distancia (en pársecs).

Para introducir la distancia en años luz, deberá reemplazarse la constante con valor 5 que aparece al final de la ecuación, por 7.57. Esta fórmula resulta de la ley de la inversa del cuadrado y de la ecuación de Pogson (véase los apartados 17 y 15 de este resumen).

Por ejemplo, la magnitud absoluta del Sol (la estrella con mayor brillo aparente del cielo) será de apenas 4.8, mientras que *Canopus* tendrá −5.6, lo cual implica que esta última rebasa por mucho el brillo absoluto de nuestro sol.

32. Conversión de magnitud absoluta en luminosidad

Si se conoce la magnitud absoluta de un astro, podrá calcularse su luminosidad con relación al Sol, precisamente en unidades solares. Para esto, puede emplearse la relación $\log L = 0.4 \times \Delta m$, que constituye una variante de la fórmula para luminosidad relativa (ecuación de Pogson, que ya habíamos descrito en el apartado 15). En esta relación, L representa la luminosidad absoluta del astro en cuestión expresada en unidades solares, mientras que Δm será la diferencia aritmética entre la magnitud absoluta del Sol y la del otro astro (que no es otra cosa sino $m_2 - m_1$)

Más sencillamente, podrá decirse $\log L = 0.4 \times (4.84 - M_v)$. Volviendo al ejemplo anterior, puede verse que la estrella *Canopus*, que en magnitud absoluta supera al Sol por 10.4^m, posee una luminosidad equivalente a 16 000 unidades solares.

Al igual que la magnitud absoluta, la *luminosidad* será una medida de la cantidad real de luz que emite una estrella, con independencia del brillo aparente que dicho astro pueda mostrar en la esfera celeste.

33. Cómputo de la distancia según el módulo de distancia

Como hemos visto, las ecuaciones sobre distancia involucran tres variables, lo que significa que llegar a conocer dos de ellas nos permitirá averiguar la tercera. Lo interesante es que, en la mayoría de los trabajos que realizan los astrónomos, las cantidades conocidas serán las dos magnitudes, mientras que la incógnita será la distancia.

Luego de modificar las ecuaciones anteriores para despejar la "d", obtenemos lo siguiente: $\log d = (m - M_v + 5) \div 5$, donde d será la distancia (en parsecs), m la magnitud aparente, y M_v la magnitud absoluta. A la expresión $m - M_v$, que constituye una cantidad logarítmica cuyo valor será directamente proporcional a la distancia, se le denomina *módulo de distancia*.

34. Determinación de masa en sistemas binarios, según la tercera ley de Kepler

La *masa* de una estrella puede calcularse tras observar la órbita de un sistema binario, empleándose una variante de la tercera ley de Kepler que incorpora los efectos de la gravitación newtoniana. Esta relación es la siguiente: $M_1 + M_2 = a^3 \div P^2$, donde M_1 y M_2 serán las masas (expresadas en unidades solares), a el semieje mayor (en unidades astronómicas), y P el período orbital (en años sidéreos).

Aunque el método da un resultado exacto, la imposibilidad de aplicarlo a estrellas solitarias, mas el problema de separar las masas individuales, ha obligado a desarrollar otras técnicas. Retomaremos luego este asunto.

35. Relación masa-luminosidad para estrellas de secuencia principal

La expresión matemática de la relación masa-luminosidad sería $L \approx M^e$, donde L representa la luminosidad de la estrella en cuestión (expresada en unidades solares), M la masa (en unidades solares), y e una cifra de tipo exponencial que usualmente vale 3.5, pero que puede variar entre 2.0 y 5.0, dependiendo de la ubicación que la estrella posea dentro de la secuencia principal. A modo de ejemplo, si pudiéramos duplicar la masa de una estrella de clase V, su luminosidad aumentaría 11 veces.

Siendo más frecuente que se averigüe primero la luminosidad de una estrella, que su masa, la expresión anterior podrá configurarse así: $M \approx \sqrt[e]{L}$. Esta aproximación es muy usada por los astrónomos, pues el resultado dependerá solo de la luminosidad, un parámetro de fácil medición en cualquier espectro estelar. Claramente, es más fácil emplear este método que intentar aplicar la tercera ley de Kepler, aunque vale recalcar que la relación masa-luminosidad aplica solo a las estrellas de secuencia principal.

36. Diámetro de una estrella según las ecuaciones para cuerpos negros

Dado que las estrellas se comportan de modo similar a los cuerpos negros, no sería irrazonable aplicarles a ellas las mismas leyes que rigen a estos objetos. La ley de Stefan-Boltzmann, que relaciona el flujo radiante de un cuerpo negro con su temperatura efectiva, no es otra cosa sino el modo de cuantificar la luz emitida por unidad de área (es decir, la "densidad" lumínica). Conociendo el brillo por área, junto con la luminosidad total, será fácil averiguar el tamaño de una estrella cualquiera.

Según lo explicado, la expresión a utilizarse para el cómputo de un diámetro estelar sería la siguiente: $\log R = -0.2\ M_v - 2 \log T - 0.2\ B + C$, donde R es el diámetro de la estrella en cuestión (expresado en unidades solares, equivalentes a 1 392 000 kilómetros), M_v la magnitud absoluta, T la temperatura efectiva (expresada en kelvin), B la corrección bolométrica (expresada, al igual que M_v, en la escala de magnitudes estelares), y C una constante definida por el Sol (cuyo valor será 8.472). A diferencia de la relación masa-luminosidad, esta fórmula será útil para estrellas de todas las clases de luminosidad.

Por supuesto, estas masas y diámetros constituyen aproximaciones, más que determinaciones rigurosas. En la ecuación anterior se usa "B", la *corrección bolométrica*, una pequeña cantidad logarítmica que se sumará a la magnitud absoluta de un astro para obtener el total de la radiación electromagnética emitida en todas las longitudes de onda, y no solamente en luz visible. Esto resulta necesario porque, en la ley de Stefan-Boltzmann, el flujo radiante de un cuerpo negro se cuantifica en términos bolométricos.

37. Estimación del tiempo de vida de una estrella

El tiempo de vida de una estrella depende de su masa inicial, y será siempre inversamente proporcional a esta. Dicha duración podrá estimarse crudamente mediante la relación $t \approx 1 \div M^{2.5}$, donde t representa el tiempo de vida de la estrella en cuestión (expresada en "vidas solares" de 10 000 millones de años), y M la masa originaria (en unidades solares) al momento de iniciarse la fusión termonuclear.

La duración estimada para el Sol sería de 10^{10} años, de lo cual ya ha transcurrido la mitad, y el rango completo para todas las estrellas sería entre 10^7 y 10^{12} años. Cabe señalar que, para las estrellas más livianas (<0.8 unidades solares), el tiempo de vida excederá de manera considerable la edad actual del universo.

38. Radio de Schwarzschild en un agujero negro

En un agujero negro, el *horizonte de sucesos* constituye el punto de no retorno. Representa la región donde la gravedad se intensificará hasta atraer la luz misma, situación que impedirá la salida de cualquier cantidad de materia o energía. Esto significa que resultará imposible extraer información alguna fuera de un horizonte de sucesos, quedando aquella desconectada del universo ordinario. En esencia, el horizonte de sucesos constituye una barrera lógica o informática, más que un límite físico.

La distancia que separa un horizonte de sucesos del centro de masa de un agujero negro definirá, en esencia, el tamaño del agujero. Esto se conoce como *radio de Schwarzschild* y depende exclusivamente de la masa del agujero negro, según la relación siguiente: $R_s = 2G \times M \div c^2$, donde R_s representa el radio (en metros), G la constante de gravitación universal ($\approx 6.674 \times 10^{-11}\ m^3 \cdot kg^{-1} \cdot s^{-2}$), M la masa (en kilogramos, no unidades solares), y c la velocidad de la luz ($\approx 3 \times 10^8\ m \cdot s^{-1}$). Por ejemplo, para dos agujeros negros con masa de 1 y 10 soles, los radios medirán 3 y 30 kilómetros, respectivamente.

39. Relatividad general y la ecuación de Einstein

Una vez publicada su teoría especial de la relatividad (1905), Einstein se dio a la tarea de resolver ciertas incompatibilidades de esta con la ley de Newton sobre gravitación universal. Pretendía "generalizar" sus supuestos de movimiento uniforme a situaciones de aceleración, lo cual le llevaría finalmente a proveer una nueva descripción de la gravedad. El resultado de todo esto fue la *teoría general de la relatividad* (o teoría einsteniana de la gravedad, publicada en 1915) que en palabras sencillas plantea las siguientes dos cosas: (1) un cuerpo denso, cuya masa permanezca constante, producirá una curvatura en su espacio circundante; y (2) un cuerpo denso, cuya masa aumente o disminuya, producirá fluctuaciones en la curvatura del espacio que pueden propagarse a enormes distancias, denominadas *ondas gravitatorias*.

Esto significa que un astro que posea una densidad muy elevada (i.e., una estrella compacta) trastocará de un modo apreciable la geometría del espacio que inmediatamente le rodee. Esta distorsión será obvia y discernible a los sentidos, percibiéndose como gravedad. Lo que se ha dicho aquí no es que la gravitación del astro creará una curvatura del espacio, sino que la <u>curvatura misma</u> será la gravedad.

La llamada *ecuación de Einstein* es la siguiente: $R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R\, g_{\mu\nu} + \Lambda\, g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$

La solución de la fórmula rebasa por mucho las pretensiones de este resumen. Sin embargo, su significado se hace comprensible por medio de una extraordinaria analogía atribuida al físico John A. Wheeler: *la materia-energía le dice al espacio-tiempo cómo curvarse, mientras que el espacio-tiempo le dice a la materia-energía cómo moverse*. En esencia, estas dos frases corresponden a los lados izquierdo y derecho de la ecuación anterior, respectivamente, y el término Λ ("lambda") que aparece a la izquierda de la igualdad representa la archifamosa *constante cosmológica* introducida por Einstein, en 1917.

40. Período orbital del Sol en torno al centro galáctico

Asumiendo que el Sol describe una órbita más o menos circular en torno al centro galáctico, su tiempo de traslación podrá aproximarse mediante la relación $P \approx 2\pi \times R_0 \div v$, donde <u>P</u> representa el período orbital del Sol (expresado en años julianos de 365¼ días), <u>π</u> la constante denominada *pi* (≈ 3.14), <u>R_0</u> la distancia al centro de la Vía Láctea (en pársecs), y <u>v</u> la velocidad orbital del Sol (en pársecs por año).

El valor de v se estima en 220 kilómetros por segundo (≈ 0.000 220 pársecs por año) por lo que P resultaría igual a 235 millones de años. Este período se denomina como *año* *galáctico*, y a veces año cósmico.

41. La ley de Hubble o relación distancia-velocidad

A la relación descubierta por Hubble y Humason, cuya expresión verbal rigurosa sería que *la velocidad de recesión de una galaxia es proporcional a su distancia*, la conocemos hoy día como *ley de Hubble*, aunque el mismo Hubble nunca utilizó dicho nombre, insistiendo en llamarle "relación velocidad-distancia".

La *constante de Hubble*, denominada H_0 ("hache sub-cero"), es una medida de la rapidez con que se expande el universo en la actualidad, cuyo valor según observaciones recientes sería de 71 km • s^{-1} • Mpc^{-1} (que se lee como "setenta y un kilómetros por segundo por megapársec"). Esto significa que por cada megapársec la velocidad de recesión de las galaxias aumentará sucesivamente a razón de 71 kilómetros por segundo.

La ley de Hubble constituye una de las relaciones fundamentales de la astronomía. La expresión matemática de esta ley es $V_r = H_0 \times d$, donde $\underline{V}_r$ representa la velocidad de recesión de una galaxia (expresada en expresada en km • s^{-1}), $\underline{H}_0$ la constante de Hubble (expresada en km • s^{-1} • Mpc^{-1}, según acostumbrado), y $\underline{d}$ la distancia (en megapársecs) a la cual se manifiesta la recesión observada.

42. Estimación de una distancia galáctica según el desplazamiento al rojo

Refiriéndonos a la ecuación para velocidad radial que hemos presentado en el apartado 28, y luego de sustituir y despejar algunas variables, podemos reescribirla y obtener una relación que servirá para estimar distancias galácticas, en la que solo habría que introducir el valor observado para "z", o *redshift*.

Esto saldría como $d \approx z \times c \div H_0$, donde $\underline{d}$ representa la distancia estimada para una galaxia (expresada en megapársecs), $\underline{z}$ representa el desplazamiento al rojo, $\underline{c}$ la velocidad de la luz (= 299 792.458 km • s^{-1}) y $\underline{H}_0$ la constante de Hubble (expresada en km • s^{-1} • Mpc^{-1}). Pero, al igual que ocurre con la antes citada ecuación para velocidad radial, esta nueva expresión solo servirá cuando $z < 0.1$.

43. Aproximación de la edad del universo según el tiempo de Hubble

La edad del universo puede aproximarse mediante la relación $T_0 \approx 1 \div H_0$, donde $\underline{T}_0$ representa la edad del universo (en segundos), y $\underline{H}_0$ representa la constante de Hubble (cantidad que puede introducirse en km • s^{-1} • Mpc^{-1}). Esta estimación, que se conoce como *tiempo de Hubble*, representa la edad que hoy día tendría el universo asumiendo que la rapidez de la expansión cósmica fuera uniforme, aseveración que según lo explicado resulta casi cierta, aunque no del todo. A grandes rasgos y de modo aproximado, la edad del universo no es otra cosa sino el recíproco de la constante de Hubble.

Debido a la diferencia en las unidades de distancia empleadas, kilómetros versus megapársecs, el resultado preliminar de la ecuación deberá multiplicarse por el correspondiente factor de conversión, $3.085\,678 \times 10^{19}$, que representa el número de kilómetros que hay en un megapársec. El resultado final para T_0 saldrá en segundos, que podrá convertirse en años dividiendo a su vez por el factor respectivo $3.155\,760 \times 10^7$, lo cual equivale al número de segundos en un año juliano de 365 días y 6 horas.

44. La ecuación de Drake

En 1961, Drake presentó una intrigante fórmula matemática conocida hoy día como *ecuación de Drake*. Esta pretende estimar la cantidad de civilizaciones en la Vía Láctea con susceptibilidad de ser detectadas mediante telecomunicaciones, resultado que podría utilizarse para estimular proyectos de búsqueda.

La ecuación se expresa como $N = R^* \times f_p \times n_e \times f_l \times f_i \times f_c \times L$, o simplemente $N = R^* f_p n_e f_l f_i f_c L$.

El significado de las variables sería como sigue: $\underline{R^*}$ representa la tasa anual de formación de nuevas estrellas en la Vía Láctea, $\underline{f_p}$ la fracción de estrellas que alcanzaron a formar sistemas planetarios, $\underline{n_e}$ la cantidad de mundos potencialmente habitables por cada sistema planetario, $\underline{f_l}$ la fracción de los mundos habitables donde efectivamente nació la vida, $\underline{f_i}$ la fracción de los mundos habitados donde la vida llegó a ser inteligente o civilizada, $\underline{f_c}$ la fracción de civilizaciones que desarrollaron comunicaciones capaces de alcanzar el espacio exterior, y $\underline{L}$ el tiempo medio que durarían dichas comunicaciones (en años).

Entre todas estas cantidades actualmente conocemos bien solo las primeras tres, lo cual se considera un avance significativo pues cuando se escribió la ecuación en 1961 únicamente se conocía la primera cantidad. Los valores aceptados hoy día serían $R^* = 7$, $f_p = 0.5$ y $n_e = 1$, mientras que para las demás se han sugerido las cifras siguientes: $f_l \approx 0.1$, $f_i \approx 0.01$, $f_c \approx 0.5$ y $L \approx 10\,000$. Empleando estos números, se conseguiría un resultado de 18, y ensayando distintos valores para la variable f_i, considerada por muchos como la cantidad más difícil de estimar, se obtendría el interesante resultado de 1.

CONSTANTES

Número pi (π)	=	3.141 592 653 589 793 238
Cantidad de segundos de arco en un radián	=	206 264.806 247 096 355
Constante de gravitación universal (G)	≈	6.674×10^{-11} m^3 • kg^{-1} • s^{-2}
Velocidad de la luz (c)	≡	299 792 458 m • s^{-1}
Razón de Pogson	=	2.511 886 431 509 580 111
Constante de Wien	≈	2.898×10^6 nanómetros-kelvin
Constante de Stefan-Boltzmann (σ)	≈	5.670×10^{-8} w • m^{-2} • K^{-4}
Constante de Hubble (H_0)	≈	71 km • s^{-1} • Mpc^{-1}

UNIDADES

Unidades de tiempo

1 día sidéreo	$23^h\ 56^m$	23.9345 horas
1 día solar	$24^h\ 00^m$	24.0000 horas
1 mes sidéreo	$27^d\ 07^h\ 43^m$	27.3217 días
1 mes sinódico	$29^d\ 12^h\ 44^m$	29.5306 días
1 año juliano	$365^d\ 06^h\ 00^m$	365.2500 días
1 año gregoriano	$365^d\ 05^h\ 49^m$	365.2425 días
1 año sidéreo	$365^d\ 06^h\ 09^m$	365.2564 días
1 año trópico	$365^d\ 05^h\ 49^m$	365.2422 días
1 saros	$18^a\ 11^d\ 08^h$	6 585.32 días
1 ciclo metónico	$18^a\ 364^d\ 17^h$	6 939.69 días
1 ciclo equinoccial (o año platónico)		25 800 años
1 año galáctico (o año cósmico)		235 millones de años
Edad del Sistema Solar		4 570 millones de años
Edad del universo		13 800 millones de años

Unidades de distancia

1 unidad astronómica (ua)	$1.495\,978 \times 10^8$ km	
1 año luz (al)	$9.460\,730 \times 10^{12}$ km	$6.324\,107 \times 10^4$ ua
1 pársec (pc)	3.261 564 al	
1 pársec (pc)	$3.085\,678 \times 10^{13}$ km	$2.062\,648 \times 10^5$ ua

1 kilopársec (kpc)	3.085 678 × 10^{16} km	10^3 pc
1 megapársec (mpc)	3.085 678 × 10^{19} km	10^6 pc

Unidades de luminosidad

1 unidad solar	3.826 × 10^{26} w	magnitud absoluta: 4.8
Supernova tipo Ia	1.7 × 10^{36} w	magnitud absoluta: −19.3

Unidades de masa

1 unidad terrestre	5.976 × 10^{24} kg	
1 unidad solar	1.989 × 10^{30} kg	3.005 × 10^5 unidades terrestres
1 unidad galáctica	2 × 10^{42} kg	10^{12} unidades solares

EL ALFABETO GRIEGO

Α α	alfa	Ι ι	iota	Ρ ρ	ro
Β β	beta	Κ κ	kappa	Σ σ	sigma
Γ γ	gamma	Λ λ	lambda	Τ τ	tau
Δ δ	delta	Μ μ	mi	Υ υ	ípsilon
Ε ε	épsilon	Ν ν	ni	Φ φ	fi
Ζ ζ	zeta	Ξ ξ	xi	Χ χ	ji
Η η	eta	Ο ο	ómicron	Ψ ψ	psi
Θ θ	theta	Π π	pi	Ω ω	omega